

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Обґрунтування доцільності використання програм динамічної математики як засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 3 (6). – С. 67-75.

Semenikhina O.V., Drushlyak M.G. The Rationale For the Use of Dynamic Mathematics Software As a Means of Computer Visualization of Mathematical Knowledge // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 3 (6). – P. 67-75.

О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк

*Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, Україна
marydru@mail.ru*

ОБГРУНТУВАННЯ ДОЦІЛЬНОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ ЯК ЗАСОБІВ КОМП'ЮТЕРНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАНЬ

Сучасна освіта постійно стикається з викликами інформаційного суспільства: швидке поширення інформаційного контенту, його експоненціальне збільшення, неможливість для людини фізично охопити весь історично напрацьований матеріал за певним напрямком тощо. І тому активно ведуться пошуки науковців і методистів у напрямку стиснення напрацьованого у окремі модулі, структури, бази тощо. Серед знайдених технологій опрацювання великої кількості даних останнім часом активно використовуються технології візуалізації, у тому числі і когнітивної візуалізації навчального контенту, що підтверджують роботи науковців, серед яких Арнхейм Р., Баришкін А.Г., Башмаков М.І., Бровка Н.В., Далінгер В.О., Резник Н.О. та інші.

Вважаючи, що сьогодні кожен має бути готовим до продуктивного опрацювання великих обсягів даних, формування такої готовності бачимо вже із шкільних років, і саме технологія візуалізації навчальної інформації може стати основою нових методик навчання математики, оскільки мова математики – це, насамперед, мова математичних моделей, символів, образів, які беззаперечно є частиною процесу візуалізації математичного знання. І пізнання його у дії через динаміку образів та вивчення їх характеристик дозволить вивести процес формування навичок високого мислення (аналіз, синтез, систематизація, узагальнення тощо) на якісно новий рівень.

Такі динамічні дослідження візуальних образів математичних об'єктів сьогодні можливі за рахунок використання спеціалізованого програмного забезпечення у галузі математики. Серед його розмаїття (а це і сучасні калькулятори, і графопобудовники, і системи комп'ютерної математики, і інтерактивні динамічні системи тощо) нами виділені саме програми динамічної математики (ПДМ), в основу роботи яких покладена можливість інтерактивної роботи з математичними об'єктами.

Про використання таких програмних засобів на уроках математики нами, зокрема, зазначено у роботах [1-14]. Але опис підходів до розв'язування задач з використанням ПДМ вважаємо недостатнім, а тому на основі аналізу інструментарію ПДМ вважаємо за доцільне додатково навести аргументи, які, на наш погляд, посилюють важливість опанування саме цими програмними продуктами як ефективними засобами візуалізації математичних знань.

Аргумент 1. Порівняно з іншими програмами математичного спрямування ПДМ мають простий інтерфейс і не потребують багато часу на оволодіння їх комп'ютерними інструментами та методичними прийомами роботи з ними. Насамперед, це пов'язано з тим, що у програмах реалізовані всі ті операції, для виконання яких раніше учні використовували лінійку, олівець і транспортир.

Аргумент 2. Високий рівень візуалізації математичних об'єктів, у тому числі за рахунок динамізації, зокрема у тих випадках, коли в учнів недостатньо розвинена просторова уява (наприклад, при вивченні тих тем курсу шкільної математики, коли досить важко наводити відповідні аналогії чи демонструвати певні властивості – геометричні перетворення площини [1] та простору, задачі на ГМТ площини та простору [2-3] тощо).

Приклад 2.1. (*Жива Геометрія*) Вписати квадрат у даний трикутник (гомотетія) (рис. 1).

Приклад 2.2. (*Cabri 3D*). Правильний тетраедр з ребром 9 перетнули площиною, що проходить перпендикулярно до його висоти і ділить її навпіл. Знайти об'єм многогранника, який є спільною частиною даного тетраедра та тетраедра, симетричного йому відносно січної площини (симетрія відносно площини) (рис. 2).

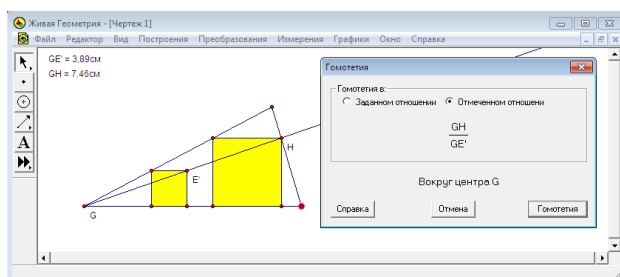


Рис. 1

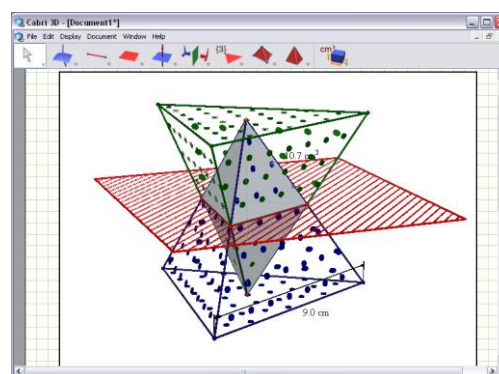


Рис. 2

Приклад 2.3. (*Математический конструктор*). Знайти множину точок площини, сума відстаней яких від двох заданих точок є величиною стала (рис. 3).

Приклад 2.4. (*GeoGebra 5.0*) Знайти ГМТ вершин рівновеликих пірамід зі спільною основою (рис. 4).

Аргумент 3. Можливість організації експериментальних випробувань, наприклад, при вивченні елементів теорії ймовірностей та математичної статистики для візуалізації закономірностей чи їх характеристик (наприклад, вивчення геометричного і статистичного означення ймовірності через «кидання» великої кількості точок) [4-5].

Приклад 3.1. (*GeoGebra 5.0*) Юнак та дівчина домовилися про побачення з 15.00 до 16.00. Відомо, що кожен з них приходить у будь-який момент з 15.00 до 16.00 незалежно від іншого. Якщо юнак прийде і не зустріне дівчину, то він буде чекати її ще протягом 20 хв. Дівчина в аналогічній ситуації буде чекати юнака протягом лише 10 хв. Яка ймовірність того, що побачення відбудеться? (рис. 5)

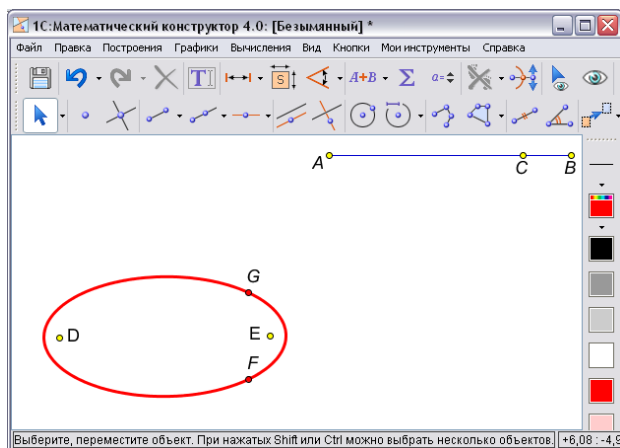


Рис. 3

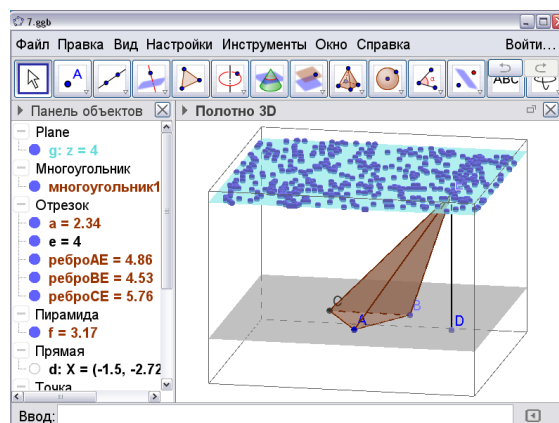


Рис. 4

Приклад 3.2. (GeoGebra 5.0) У кулю радіуса 2 вписали куб. Яка ймовірність того, що точка, навмання обрана в кулі, потрапить до вписаного куба? (рис. 6)

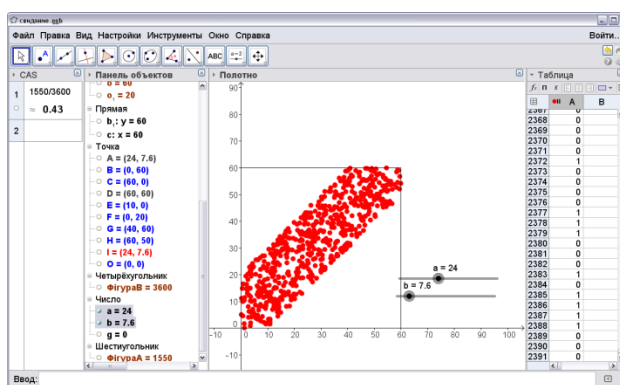


Рис. 5

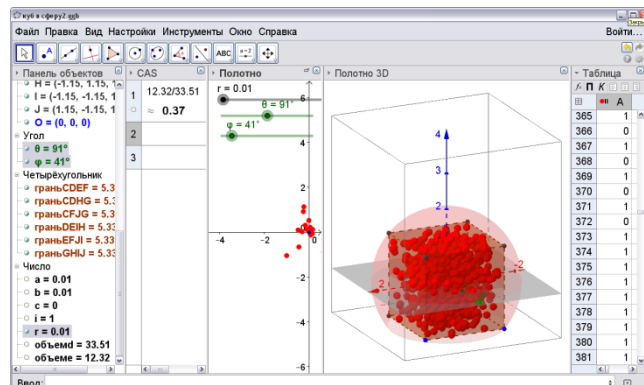


Рис. 6

Аргумент 4. Можливість організації не аналітичного, а емпіричного пошуку відповіді при визначенні окремих характеристик об'єктів (наприклад, при розв'язуванні задач на екстремум і аналізі числових значень досліджуваної функції) [6-7].

Приклад 4.1. (GeoGebra) Дві вершини прямокутника належать графіку функції $y = 12 - x^2$, $D(y) = [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$, а дві інші – осі абсцис. Яку найбільшу площу може мати такий прямокутник? (рис. 7)

Приклад 4.2. (GeoGebra 5.0) Сума довжин радіуса основи конуса та його висоти постійна і дорівнює 10. При якому співвідношенні радіуса і висоти об'єм конуса буде найбільшим? (рис. 8)

Аргумент 5. Можливість організації пошуку закономірностей між параметрами математичних об'єктів (наприклад, сума кутів трикутника, теорема Фалеса, відношення довжини кола до його діаметра тощо), тобто «підведення» учнів до формулювання гіпотез при доведенні математичних теорем.

Приклад 5.1. (Gran2d) Довести, що у рівнобедреному трикутнику бісектриси, проведені з вершин при основі, рівні (рис. 9).

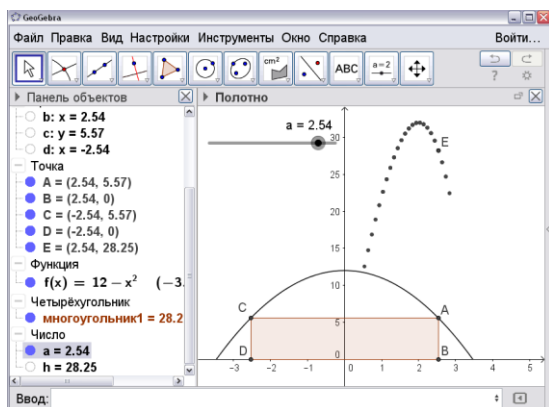


Рис. 7

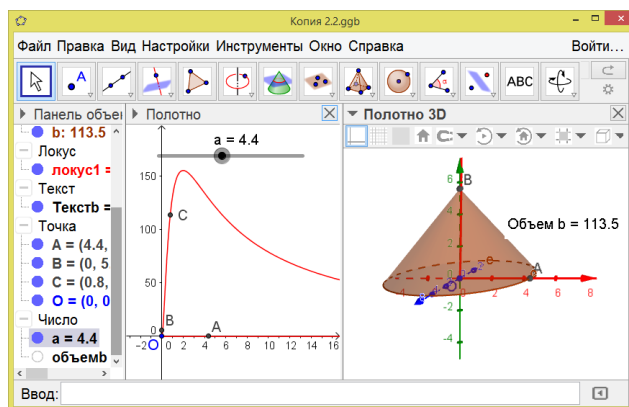


Рис. 8

Приклад 5.2. (DG) Дослідити суму кутів опуклого чотирикутника (рис. 10).

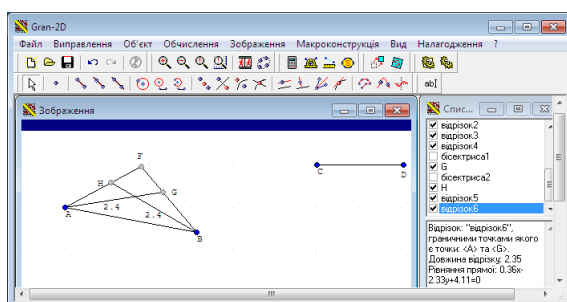


Рис. 9

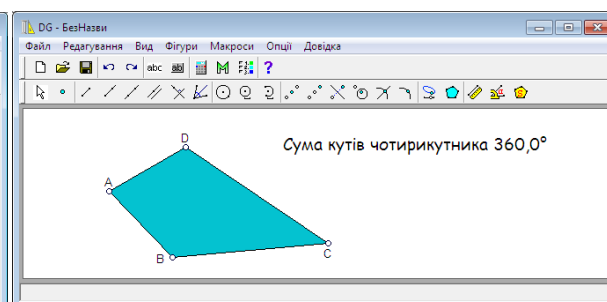


Рис. 10

Аргумент 6. Істотне скорочення часу, який витрачається на побудову якісного геометричного рисунка, використання раніше створених моделей, створення власних комп'ютерних інструментів [8].

Приклад 6.1. (Жива Геометрія) Створити новий інструмент *Правильний шестикутник*, який за вхідними двома точками – вершинами – будує правильний шестикутник (рис. 11).

Приклад 6.2. (GeoGebra5.0). Створити новий інструмент *Проекція точки на площину*, який за даною точкою будує її проекцію на задану площину (рис. 12).

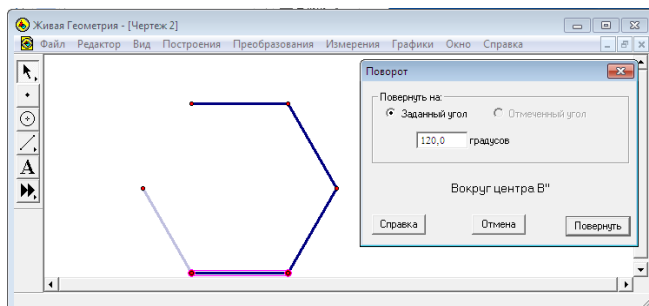


Рис. 11

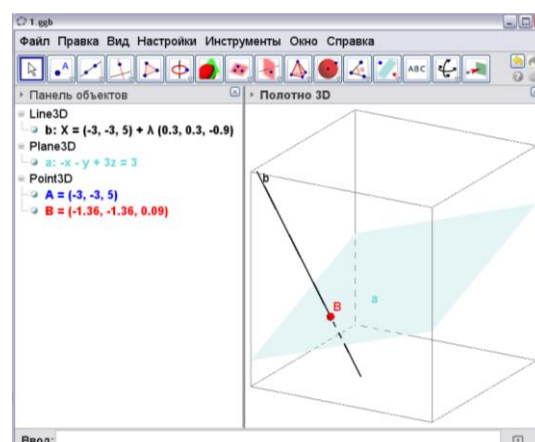


Рис. 12

Аргумент 7. «Миттєве» виявлення помилки у побудовах: якщо допущена помилка, то побудована конфігурація порушується при як завгодно малій зміні вихідних об'єктів.

Приклад 7.1. (*GeoGebra*) Побудувати коло, вписане в трикутник (рис. 13).

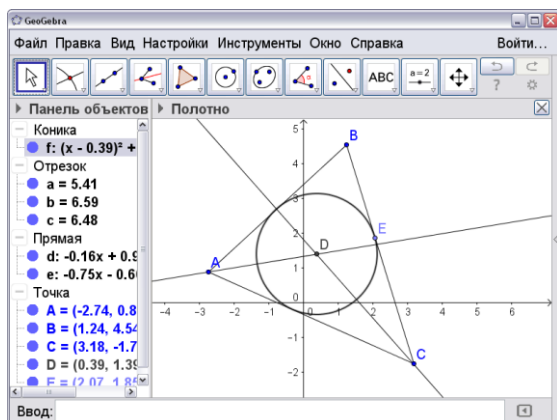


Рис. 13,а

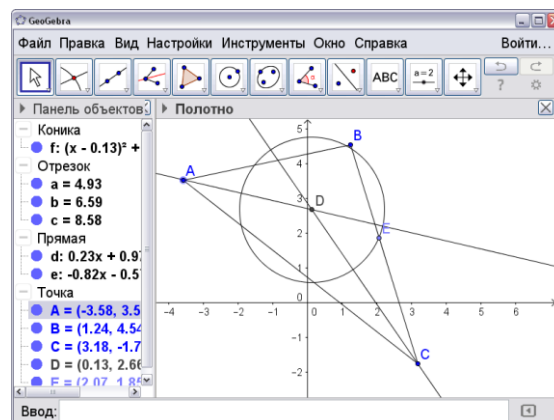


Рис. 13,б

Аргумент 8. Використання ПДМ може забезпечити певний рівень самостійності в навчанні, зокрема, при створенні інтерактивних завдань, де передбачено автоматизовану перевірку результатів.

Аргумент 9. Можливість організації контролю знань учнів [9].

Приклад 9.1. (*Математический конструктор*) Відновити рівнобедрений трикутник ABC за вершиною A, точкою K, яка належить бічній стороні BC, і прямою h, яка містить висоту, проведену до основи AB (рис. 14).

Приклад 9.2. (*Математический конструктор*) Обрати, які з пар кутів є суміжними (рис.15).

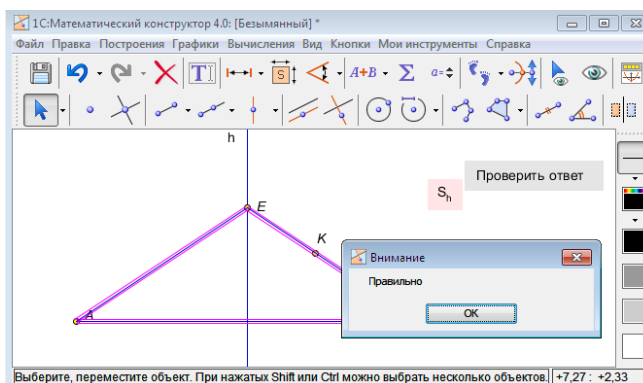


Рис. 14

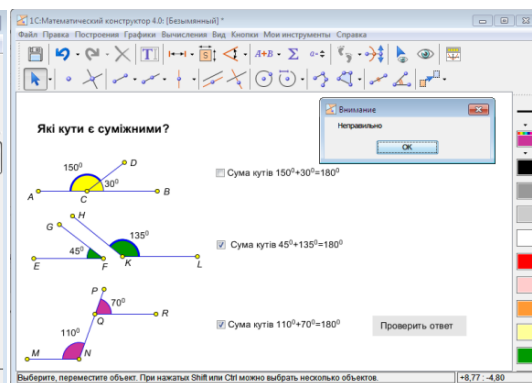


Рис. 15

Аргумент 10. Використання ПДМ сприяє більш активному і свідомому засвоєнню учнями навчального матеріалу.

Проведені авторами дослідження [10-12] підтверджують, що впровадження особливих технологій вивчення курсу із використанням програм динамічної математики підвищує якісні показники навчання, розширює коло компетентностей та збагачує арсенал інформаційних засобів при розв'язуванні математичних задач.

Аргумент 11. Можливість організації дистанційного навчання за рахунок створення інтерактивних аплетів [13].

Приклад 10.1. (GeoGebra) Дано відрізок AB . Знайдемо геометричне місце точок, з яких даний відрізок видно під прямим кутом (рис.16).

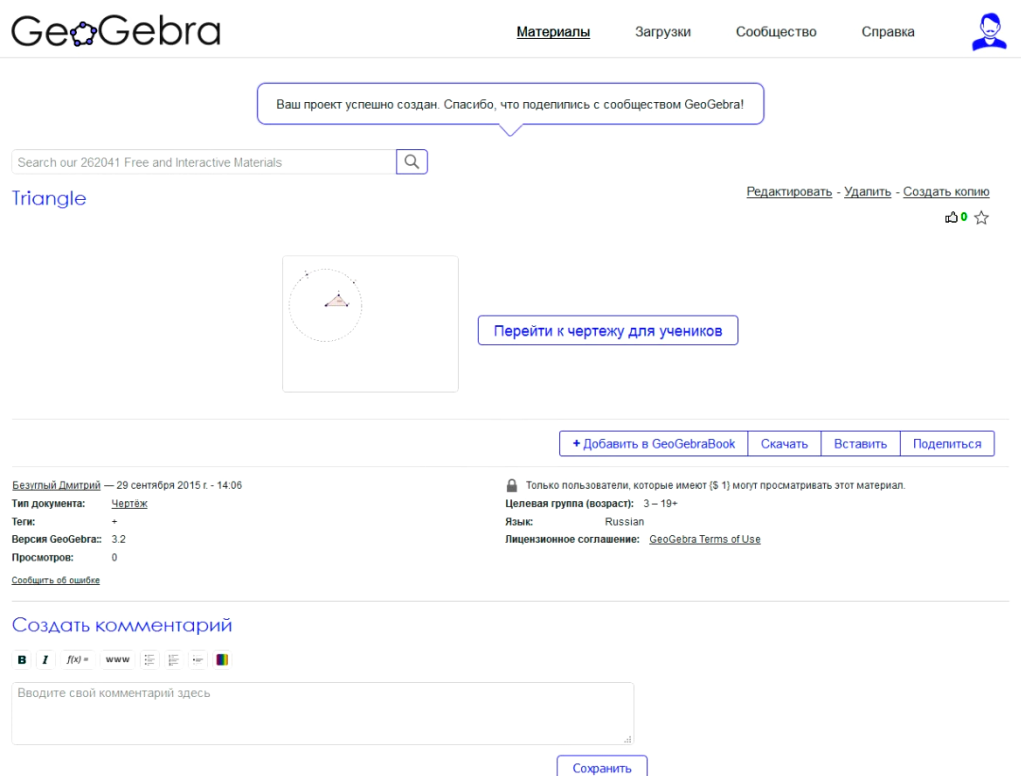


Рис. 16

Наразі авторами вивчається питання організації навчального процесу на основі використання електронного підручника із вшитими аплетами. Попередні результати підтверджують доцільність впровадження обраної стратегії навчання, тому вивчаються не лише технологічні аспекти створення аплетів та можливість їх використання у різних браузерах, а і методичні особливості роботи з ними в умовах роботи як з учнями, так і зі студентами – майбутніми вчителями математики.

Наведені аргументи не вичерпують усіх позитивних характеристик ПДМ у контексті навчання математики, але їх достатньо для того, щоб говорити про доцільність впровадження ПДМ в математичну освіту для якісної візуалізації математичних знань.

Список використаних джерел

1. Семеніхіна О.В. Геометричні перетворення площини і комп'ютерні інструменти їх реалізації / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Комп'ютер в школі і сім'ї. – 2014. – № 7(119). – С. 25-29.
2. Drushlyak M.G. Computer Tools "Trace" and "Locus" in Dynamic Mathematics Software / M.G. Drushlyak // European Journal of Contemporary Education. – 2014. – V.10 (4). – P. 204-214.
3. Семеніхіна О.В. Практика використання параметричного кольору в програмах динамічної математики при розв'язуванні задач на ГМТ / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Фізико-математична освіта. – 2015. – Вип.2(5). – С.62-72.
4. Семеніхіна О.В. Візуалізація експериментальних випробувань на основі випадкових подій у середовищі GeoGebra 5.0 / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Науковий

- часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 3. Фізика і математика у вищій і середній школі. – 2014. – № 14. – С. 94-103.
5. Semenikhina O. Organization of Experimental Computing in Geogebra 5.0 in Solving Problems of Probability Theory / O. Semenikhina, M. Drushlyak // European Journal of Contemporary Education. – 2015. – V. 11(1). – P. 82-90.
 6. Семеніхіна О.В. Програми динамічної математики у контексті набуття емпіричного досвіду і формування знань (на прикладі розв'язування задач з параметрами) / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2014. – № 6. – С. 67-74.
 7. Семеніхіна О.В. Використання програми GeoGebra в дослідженні функціональних залежностей (на прикладі розв'язування задач на екстремум) / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Комп'ютер в школі і сім'ї. – 2015. – № 6. – С. 17-24.
 8. Семеніхіна О.В. Створення власних комп'ютерних інструментів в середовищах динамічної математики / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2014. – № 5(53). – С. 60-69.
 9. Семеніхіна О.В. Про інструменти контролю в ІГС Математичний конструктор / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Науковий вісник Мелітопільського державного педагогічного університету. Серія: Педагогіка. – 2014. – Вип.13 (2). – С. 189-195.
 10. Семеніхіна О.В. Про формування умінь раціонально обрати програму динамічної математики: результати педагогічних досліджень / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Комп'ютер в школі і сім'ї. – 2015. – № 4. – С. 24-30.
 11. Семеніхіна О.В. Програми динамічної математики у контексті роботи сучасного вчителя: результати педагогічного експерименту / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформаційні технології в освіті. – 2015. – Вип. 22. – С. 109-119.
 12. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Технологія напрацювання умінь використовувати комп'ютерний математичний інструментарій у системі підготовки учителя математики / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Педагогічні науки. – 2015. – № 6(50). – С. 298-305.
 13. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Про використання інтерактивних аплетів у електронних підручниках з математики // Всеукраїнська науково-практична Інтернет-конференція «Автоматизація та комп'ютерно інтегровані технології у виробництві та освіті: стан, досягнення, перспективи розвитку». – 16-20 березня 2015. – Черкаси. – 2015. – С. 143-144.

Анотація. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Обґрунтування доцільності використання програм динамічної математики як засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань.

Автори виділяють програми динамічної математики серед великого розмаїття засобів інформаційної підтримки математичної освіти оскільки саме їх використання передбачає візуалізацію у дії математичних знань. Аналіз інструментарію програм динамічної математики як засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань поряд з описом визначальних характеристик таких програмних засобів дозволив виділити аргументи на користь використання саме цих програмних продуктів при вивченні математики.

Серед таких аргументів: простий інтерфейс програм; високий рівень візуалізації математичних об'єктів за рахунок динамізації; можливість організації експериментальних випробувань; можливість організації емпіричного пошуку відповіді; можливість «підведення» учнів до формулювання гіпотез при доведенні

математичних теорем; істотне скорочення часу; «миттєве» виявлення помилки у побудовах; забезпечення певний рівень самостійності в навчанні; можливість організації контролю знань; сприяння більш активному і свідомому засвоєнню навчального матеріалу учнями; можливість організації дистанційного навчання за рахунок створення інтерактивних аплетів.

Кожен з аргументів проілюстровано прикладами задач, які розв'язано з використанням різних програм динамічної математики, а саме, GRAN2d, DG, Жива Геометрія, Математический конструктор, Cabri 3D, GeoGebra 5.0.

Ключові слова: візуаліація, візуалізація математичних знань, когнітивна візуалізація, програма динамічної математики.

Аннотация. Семенихина Е.В., Дуршляк М.Г. Обоснование целесообразности использования программ динамической математики как средств компьютерной визуализации математических знаний.

Авторы выделяют программы динамической математики среди большого разнообразия средств информационной поддержки математического образования поскольку именно их использование предполагает визуализацию в действии математических знаний. Анализ инструментария программ динамической математики как средств компьютерной визуализации математических знаний наряду с описанием определяющих характеристик таких программных средств позволил выделить аргументы в пользу использования именно этих программных продуктов при изучении математики.

Среди таких аргументов: простой интерфейс программ; высокий уровень визуализации математических объектов за счет динамизации; возможность организации экспериментальных испытаний; возможность организации эмпирического поиска ответа; возможность «подведения» учеников к формулировке гипотез при доказательстве математических теорем; существенное сокращение времени; «мгновенное» выявленные ошибки в построениях; обеспечение определенной степени самостоятельности в обучении; возможность организации контроля знаний; содействие более активному и сознательному усвоению учебного материала учащимися; возможность организации дистанционного обучения за счет создания интерактивных аплетов.

Каждый из аргументов проиллюстрировано примерами задач, которые решены с использованием различных программ динамической математики, а именно, GRAN2d, DG, Живая Геометрия, Математический конструктор, Cabri 3D, GeoGebra 5.0.

Ключевые слова: визуализация, визуализация математических знаний, когнитивная визуализация, программа динамической математики.

Abstract. Semenikhina O.V., Drushlyak M.G. The Rationale For the Use of Dynamic Mathematics Software As a Means of Computer Visualization of Mathematical Knowledge.

The authors allocate dynamic mathematics software among a wide variety of means for support of mathematical education because their use involves the visualization of mathematical knowledge. Analysis of the tools of dynamic mathematics software as a means of computer visualization of mathematical knowledge along with the description of the main characteristics of this software allowed to identify the arguments in favor of the use of these software in the study of mathematics.

Among these arguments are: simple interface of software; high-level visualization of mathematical objects due to dynamization; the possibility to organize the experimental trials; the possibility to organize empirical search for an answer; the ability to "summing up" the students to the formulation of hypotheses in the proof of mathematical theorems; significant reduction of time; "instant" detection of errors in constructions; providing a certain level of independence in learning; the organization of control of knowledge; the promotion of more active and conscious assimilation of educational material by students; the organization of distance learning through the creation of interactive applets.

Each argument is illustrated with examples of problems solved with the use of different dynamic mathematics software, in particular, GRAN2d, DG, The Geometer's Sketchpad, MathKit, Cabri 3D, GeoGebra 5.0.

Key words: *visualization, visualization of mathematical knowledge, cognitive visualization, dynamic mathematics software.*